

1. Hogyan olvasható le egy adjacencia (szomszédsági) mátrixszal, illetve éllistával adott gráfról:

- | | | |
|--------------------|---------------------------------|---|
| (a) csúcsok száma, | (c) egy adott csúcs fokszáma, | (e) u és v csúcsok között van-e él, |
| (b) az élek száma, | (d) egy adott csúcs szomszédai, | (f) hogy hurokél-mentes-e? |

Milyen lesz a futásideje? Minden tárolási mód mellé mutass olyan példát, amikor az a legjobb!

2. (a) Adott egy irányítatlan/irányított gráf éllistával megadva. Hogyan lehet belőle szomszédsági mátrixot előállítani? És visszafelé?
(b) Adott egy irányított gráf éllistával/szomszédsági mátrixszal megadva. Hogyan lehet megadni a gráf irányítatlan változatát? És a fordítottan irányított gráfot?
3. Adott egy G gráf éllistával, és annak egy s csúcsa. Adj élszámban lineáris futásidejű algoritmust, ami meghatározza minden csúcs távolságát az s csúcstól. (Nincsenek súlyok az éleken, a gráf lehet irányított, vagy irányítatlan is.)
4. Adj lineáris futásidejű algoritmust, ami eldönti, hogy az input gráf páros-e, sőt, bizonyítékot is ad! (Mi legyen a bizonyíték *igen*, illetve *nem* válasz esetén?).
5. Egy $n \times m$ mezőből álló pályán (labirintusban) minden mező vagy szabad, vagy blokkolt. Csak oldalszomszédos mezőkre léphetünk. Adj $O(n \cdot m)$ idejű algoritmust, ami megadja, hogy a pálya közepéről ki lehet-e jutni a kijáráthoz!
6. (a) Egy gráf egyik szélességi feszítőfája csillag. Mit mondhatunk a gráfról?
(b) Egy gráf minden szélességi feszítőfája csillag. Mit mondhatunk a gráfról?
7. Éllistával adott egy összefüggő gráf. Adjunk $O(n + m)$ futásidejű algoritmust, amely egy olyan csúcsot ad vissza, amely a többi pont bármelyikéből elérhető egy legfeljebb $\frac{n}{2}$ él tartalmazó úton!

Házi feladatok:

8. (1 pont) Oldjuk meg a hátizsák feladatot egy 11 kapacitású hátizsákkal, 5 tárggyal, amiknek adatai a következők (az alábbiakban (súly, érték) párokat adunk meg): (4, 8), (2, 3), (3, 4), (1, 2), (5, 10). Adjuk meg a választ, a tárgyhalmazt, és a teljes táblázatot!
9. (2 pont) Móricka az $1, 2, \dots, n$ számok egy P permutációját kapta húsvétra. Sajnos nem elégedett az ajándékkal: ő inkább a Q permutációt szeretné. Adott k darab jó számpár: $(a_1, b_1), \dots, (a_k, b_k)$. Móricka a következő műveleteket tudja elvégezni (akárhányszor):
- Az a_i . és a b_i . helyen álló számok felcserélése, amennyiben (a_i, b_i) jó számpár.

Segíts neki eldönteni, hogy teljesülhet-e a vágya, és megkaphatja-e a Q permutációt. Móricka sajnos kissé lassú felfogású, így olyan algoritmusra van szüksége, ami $O(n^2)$ komplexitású. (Felhasználhatjuk, hogy minden permutációt fel lehet írni transzpozíciók szorzataként.)