

**Definíció:** Egy **szép bináris fa** olyan fa, ahol minden csúcsnak maximum két gyereke van, sőt pontosan 2, amíg lehetséges, és minden levél a gyökértől  $d$  vagy  $d + 1$  távolságra helyezkedik el, és a legalsó szinten a levelek „balra vannak zárva”.

**Kupac:** A kupac egy olyan szép bináris fa, amire teljesül a kupacrendezettség, vagyis minden szülő-gyerek párra igaz, hogy  $K(\text{szülő}) \leq K(\text{gyerek})$ , ahol a  $K(v)$  itt a  $v$  csúcs értékét jelenti.

1. Építsünk fel egy kupacot a 4, 6, 3, 12, 3, 1, 8, 2, 11, 7, 4 elemekből!
2. Töröljük most ki a 2-t az előző fából, és helyettesítsük a legutolsó elemmel (ami a fa legalsó szintjén a leginkább jobboldalt van). Az így kapott fát alakítsuk át olyanná, amelyik teljesíti a kupacrendezettséget! Egy elemet, amelyik túl nagy, mindig a kisebb gyerekével cseréljünk fel.
3. Listázzuk ki egy kupacból a  $k$ -nál kisebb elemeket úgy, hogy ha  $m$  ilyen van, akkor  $O(m)$  lépést tegyünk!
4. A 

6	4	8	3	7	2	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 tömb növekvő sorrendbe való rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: 

4	6	3	8	7	2	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

. Előfordulhatott-e ez Kupacrendezés alkalmazásakor?
5. Adott egy közel rendezett tömb, ahol minden elem maximum  $k$  távolságra van a rendezett tömbben felvett helyétől. Adj módszert, ami  $O(n \log k)$  időben rendezzi a tömböt!
6. Egy svájci síparadicsomba számos járművel érkeztek a vendégek. Sajnos lavinaveszély miatt ki kell üríteni a helyet, ám a katasztrófavédelem ragaszkodik ahhoz, hogy a járművek rendszám szerinti sorrendben hagyják el a helyszínt. Határozd meg hatékonyan (lineáris időben), hogy a síelőket milyen sorrendben kell lehozni a hegyről, hogy ilyen sorrendben menekülhessenek!
7. Adott  $m$  tömb, melyek 1 és  $n$  közti egész számokat tartalmaznak. Összesen  $n$  elemünk van. Adjunk  $O(n)$  idejű algoritmust, amely az összes tömböt rendezzi (külön-külön, nem összekeverve az elemeiket)!

**Házi feladatok:**

8. (1 pont) Adjunk konstans idejű algoritmust, ami megadja egy kupac nyolcadik legkisebb elemét!
9. (2 pont) Adott  $m$  darab *rendezett* tömb, melyek egész számokat tartalmaznak. Összesen  $n$  elemünk van. Adj  $O(n \log m)$  futásidőjű algoritmust, amely megad egy olyan minimális méretű intervallumot, amelyből minden tömbben található szám!