

1. Van egy végtelen hosszú számsorozatunk,  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , amiről tudjuk, hogy a sorozat minden eleme egy kivételével 0. Feladatunk, hogy megkeressük azt a  $k$  indexet, amire  $a_k \neq 0$ . A keresés során megkérdezhetjük egy  $i$  indexre, hogy a keresett  $k$  index kisebb-e, mint  $i$ . Az ilyen kérdésekre mindig helyes választ kapunk. Adjunk olyan algoritmust, amely  $O(\log k)$  kérdéssel megtalálja a nem nulla helyet.
2. Adottak a különböző  $a_1, \dots, a_n$  számok.  $O(\log n)$  időben adjunk meg közülük egy olyan számot, ami nagyobb a szomszédainál. (A megoldás a sorozat első vagy utolsó eleme is lehet, ezeknek egy-egy szomszédja van.)
3. Hajtsd végre az összefésülő rendezést a 

9	2	4	3	1	8	7
---	---	---	---	---	---	---

 számokon! Mik voltak a közbülső lépések?
4. A 

6	4	8	3	7	2	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 tömb növekvő sorrendbe való rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: 

4	6	3	8	7	2	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

. Az alább felsorolt, az előadáson tanult módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott ez elő?
  - a) Buborékrendezés,
  - b) Beszúrásos rendezés,
  - c) Összefésülő rendezés,
5. A növekvően rendezett  $A[1 : n]$  tömb  $k$  darab elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk  $O(n + k \log k)$  költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!
6. a)\* Össze kell fésülnünk az  $A_1 < A_2 < \dots < A_n$  és a  $B_1 < B_2 < \dots < B_{n+1}$  rendezett halmazokat. Bizonyítsuk be, hogy a szükséges összehasonlítások minimális száma  $2n$ .
  - b) Igaz-e, hogy alkalmas  $c$  állandóra minden  $(n, k)$  párra az  $n$  és a  $k$  elemű rendezett halmazok összefésüléséhez kell legalább  $c(n + k)$  összehasonlítás?
7. Legyen  $A$  és  $B$  két monoton növekvően rendezett,  $n$  elemű tömb. Tegyük fel, hogy  $A$  és  $B$  összes eleme különböző (összesen  $2n$  különböző elem). Adjunk  $O(\log n)$  költségű algoritmust, amely  $A$  és  $B$  összesen  $2n$  eleme közül meghatározza az  $n$ -ediket!

**Házi feladatok:**

7. (1 pont) Adott egész számoknak egy  $A[1 : n]$  tömbje és egy  $b$  egész szám. Adjunk  $O(n \log n)$  költségű algoritmust, amely eldönti, hogy van-e két olyan eleme a tömbnek, amelyek összege éppen  $b$ !
8. (2 pont) Pistike a zsebpénzére is gondol, ezért újabb feladatot ajánl. Barkochbával kell kitalálni, hogy melyik számra gondolt (1-től  $n$ -ig), de most az igen válaszokért 1, a nem válaszokért pedig 2 forintot kér. Mennyi pénzre lesz szükségünk, hogy kitaláljuk a számot?